

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1988/89

Jun 1989

FMT 101 Matematik

Masa : (2 jam)

Kertas ini mengandungi ENAM soalan.

Jawab LIMA (5) soalan sahaja.

Semua soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

..2/-

(FMT 101)

1. Diberi $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

- (i) Tentukan A^{-1}
- (ii) Apakah pangkat A ?
- (iii) Selesaikan $A^2 X = C$
yang mana $X = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(20 markah)

2. (A) Tentukan semua nilai m sekiranya
sistem $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ m & 0 & m \\ 1 & -3 & -1 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ mempunyai suatu
penyelesaian
yang unik.

Selesaikan sistem yang mempunyai penyelesaian
unik tersebut.

(10 markah)

(B) Diberi:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Dapatkan $|A|$

3. Fungsi untuk suatu graf diberikan oleh persamaan berikut:-

$$f(x) = ax^3 - bx$$

- (i) Jika fungsi di atas melalui titik (2,2) dan salah satu daripada titik gentingnya ialah (1, -2), tentukan nilai a dan b.

(5 markah)

- (ii) Berdasarkan kepada maklumat di atas, lakarkan graf untuk fungsi di atas.

(15 markah)

4. (A) Tentukan had untuk fungsi berikut:

(i) had $(\log_e x)^2$
 $x \rightarrow \infty$

(ii) had $\frac{e^x - 1}{x}$
 $x \rightarrow 0$

(iii) had $x \log_e x$
 $x \rightarrow 0$

(iv) had $(1 + x)^{\frac{1}{x}}$
 $x \rightarrow \infty$

(v) had $\frac{e^x - x - 1}{x^2}$
 $x \rightarrow 0$

(10 markah)

(B) (a) Gunakan kamiran bahagian demi bahagian untuk mengkamirkan:

$$(i) \int x e^x dx$$

$$(ii) \int (3 + x^2) e^{2x} dx$$

(3 markah)

(b) Carikan kamiran tak wajar yang konvergen untuk:

$$(i) \int_0^{\infty} 6e^{-8x} dx$$

$$(ii) \int_1^{\infty} x^{-1} dx$$

(3 markah)

(c) Selesaikan $\int_2^6 \frac{dx}{x^2-1}$ dengan menggunakan hukum trapezium dan hukum Simpson.

(4 markah)

5. (A) Katakan

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{jika } x < 0 \\ 1 & \text{jika } x \geq 0 \end{cases}$$

dan

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{jika } x < 0 \\ x & \text{jika } x \geq 0 \end{cases}$$

(i) Cari fungsi hasildarab $f \cdot g$.

- (ii) Buktikan bahawa $f \cdot g$ selanjar pada titik $x = 0$ walaupun f dan g tak selanjar pada titik $x = 0$.

(5 markah)

- (B) Dapatkan pembeza dy dalam sebutan dx untuk setiap persamaan berikut:

(i) $y = \left(\frac{x}{1+x} \right) \left(\frac{2-x}{3} \right)$

(ii) $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{1 + x}$

(5 markah)

- (C) (a) Satu bahan radioaktif mereput dengan kadar

$$\frac{dy}{dt} = -0.05y$$

y - jumlah bahan (di dalam gram) yang wujud pada masa t (di dalam bulan).

- (i) Carikan penyelesaian am persamaan pembezaan di atas.
- (ii) Carikan penyelesaian jika $y = 90$ bila $t = 0$.
- (iii) Carikan jumlah bahan yang tinggal bila $t = 10$.

(6 markah)

(b) Carikan penyelesaian am persamaan perbezaan berikut:

$$(i) \frac{dy}{dx} = 4e^{-2x} \qquad (ii) (y + y^2) \frac{dy}{dx} = x^2 y$$

(4 markah)

6. (A) Selesaikan:

$$(i) \frac{4}{x} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = 8x ; \quad y = -1 \text{ bila } x = 0 \text{ dan } y = 3 \text{ bila } x = -1.$$

$$(ii) \frac{d^2 y}{dx^2} + x = 2 ; \quad y = 2 \text{ bila } x = 0 \text{ dan } y = -2 \text{ bila } x = 1.$$

(4 markah)

(B) Jika diberikan $g(x, y) = \frac{-4x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, selesaikan
 $g(3, 0) ; g(-4, -3) ; g(0, 0).$

(3 markah)

..7/-

- (C) Pertambahan suhu tubuh pesakit (ΔC) di dalam unit tertentu disebabkan pemberian sekaligus dua jenama ubat x dan y dilambangkan oleh

$$\Delta C(x, y) = x^2 + 200y - 1200$$

- (i) Selesaikan $\Delta C(50, 0)$; $\Delta C(30, 4)$.
- (ii) Berapakah pertambahan suhu tubuh pesakit jika dia diberikan 33 unit jenama x dan 1.5 unit jenama y ?
- (iii) Jika suhu pesakit terpaksa dinaikkan sebanyak 700 unit, cadangkan SATU regimen unit-unit jenama x dan y yang boleh diberikan.

(8 markah)

- (D) Suatu jenis tumor malignan membesar dengan kadar pertumbuhan $0.6 + 4t^{-3}$ cm sebulan (t di dalam bulan). Kira jumlah pertumbuhan (di dalam cm) di dalam tahun pertama dan ketiga.

(5 markah)